(c) Retrouver la limite de la suite U.

EXERCICE N° 3 | **20'** | **5 point**

On considère les suites réelles (u_n) et (v_n) définies par :$u_0 = 1; v_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \alpha u_n + (1-\alpha)v_n$ et $v_{n+1} = (1-\alpha)u_n + \alpha v_n$ où est un réel donné tel que $< \alpha < 1$.

1. Soit (t_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $t_n = v_n - u_n$.
   (a) Calculer t_0 et t_1 .
   (b) Montrer que,pour tout entier naturel n,$t_n = (2\alpha - 1)^n$.
   (c) En déduire la limite de t_n.
2. (a) Montrer que, pour tout entier naturel n,$u_n \leq v_n$
   (b) Montrer que la suite (u_n) est croissante et que la suite (v_n) est décroissante.
   (c) En déduire que les suites (u_n) et (v_n) convergent vers une même limite ℓ .
   (d) Montrer que, pour tout entier naturel n,$u_n + v_n = 3$ et en déduire la valeur de la limite ℓ.

☎ : 23390248 - 29862267
Tous droits réservées ©TakiAcademy.com